



**Rupture de structures stratifiées avec concentrations de contraintes : apport du Volume Caractéristique de Rupture = Failure of laminated structures with stress concentrations : use of the Fracture Characteristic Volume**

Stéphanie Miot, Christian Hochard, Noël Lahellec

► **To cite this version:**

Stéphanie Miot, Christian Hochard, Noël Lahellec. Rupture de structures stratifiées avec concentrations de contraintes : apport du Volume Caractéristique de Rupture = Failure of laminated structures with stress concentrations : use of the Fracture Characteristic Volume. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 7 p. hal-00383859

**HAL Id: hal-00383859**

**<https://hal.science/hal-00383859>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Rupture de structures stratifiées avec concentrations de contraintes : Apport du Volume Caractéristique de Rupture

## *Failure of laminated structures with stress concentrations: Use of the Fracture Characteristic Volume*

S. Miot<sup>1</sup>, Ch. Hochard<sup>1</sup>, N. Lahellec<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique  
31 Chemin Joseph Aiguier 13402 Marseille Cedex 20  
miot@lma.cnrs-mrs.fr, hochard@lma.cnrs-mrs.fr

### Résumé

Dans ce travail, nous présentons une approche pragmatique pour décrire la rupture de structures stratifiées en présence de gradient de contrainte. Si dans le cas de stratifiés soumis à un champ de déformation homogène, les critères de rupture classiques fonctionnent bien, ce n'est pas le cas pour les structures présentant des gradients de contraintes. Des méthodes de type 'Average Stress' ou 'Point Stress' permettent de décrire la rupture de structures avec concentrations de contraintes. Notre approche repose sur un *Volume Caractéristique de Rupture (VCR)* plus cohérent avec la zone rompue et plus adapté aux simulations numériques.

### Abstract

In this work, we present a pragmatic approach to describe the failure of laminated structures with applied stress gradient. In the case of laminate under homogeneous strain field, conventional failure criteria work well. But it is not the case for structure with stress concentration. Many methods allow to describe the failure of structure as the Point Stress and the Average Stress criteria or progressive failure approaches. But the first are too limited and the second are complex and demand high calculation time and ability. So, we developed a pragmatic approach based on a Fracture Characteristic Volume, easy to use, to describe the failure of laminated structure with stress concentration.

**Mots Clés :** Rupture des stratifiés, Gradient de contrainte, Critère non local

**Keywords :** Structure failure, Stress gradient, Non local criterion

## 1. Introduction

Pour décrire le comportement mécanique des matériaux composites, plusieurs mécanismes sont à considérer [1], comme la fissuration de la matrice, la décohésion fibre/matrice, la rupture transverse, la rupture de fibres et le délaminage. Cependant, dans le cas de stratifiés constitués de plis tissés, les phénomènes de fissuration transverse ou de délaminage sont limités. De plus, les observations expérimentales ont montré que le facteur déterminant la rupture de ces stratifiés est la rupture de fibres.

Un premier modèle, basé sur la mécanique de l'endommagement et un critère de rupture local, a été utilisé pour décrire la rupture des structures stratifiées à plis tissés [2]. Outre l'endommagement diffus, caractérisé par la formation de fissures de petites tailles se développant parallèlement aux fibres, le modèle tient compte des déformations anélastiques observées lors d'un chargement de cisaillement et des effets du couplage traction/cisaillement sur l'évolution de l'endommagement et des déformations anélastiques.

Ce premier modèle a été implémenté dans un code de calcul [3] et des simulations numériques ont été comparées aux résultats d'essais de traction sur plaques trouées. Nous avons ainsi pu établir, comme Whitney et Nuismer [4], qu'un critère de rupture local ne fonctionne pas lorsque le champ de contraintes n'est pas uniforme. Nous avons alors proposé une approche non locale [5] basée sur des quantités moyennées sur un volume défini à l'échelle du pli, nommé le *Volume Caractéristique de Rupture (VCR)*. Le VCR est un cylindre dont la hauteur correspond à l'épaisseur du pli et la section est un cercle d'un diamètre proche du millimètre. La valeur du diamètre est fonction de la méso-structure du pli et est facilement identifiée en réalisant deux essais sur des structures présentant des distributions de contraintes différentes.

L'approche non locale basée sur le VCR et le modèle de comportement ont été intégrés dans le code de calcul Abaqus. Les résultats numériques ont été comparés aux données expérimentales pour diverses structures stratifiées à plis tissés. Ce papier décrit l'approche combinée 'modèle de comportement + critère de rupture non local' et présente une application sur des stratifiés constitués de plis tissés déséquilibrés Verre/Epoxy. Les comparaisons essais/simulations montrent la robustesse de cette approche pour prévoir avec précision la rupture de structure en présence de gradients de contraintes.

## 2. Approche non locale

Afin de prendre en compte l'effet d'un gradient de contrainte sur la rupture d'un stratifié, nous avons développé une approche non locale [5]. Cette approche est basée sur des quantités moyennées sur un *Volume Caractéristique de Rupture (VCR)* défini à l'échelle du pli. Le choix d'un VCR, comparé à des approches plus conventionnelles basées sur une longueur caractéristique, est cohérent avec les observations des faciès de rupture. Cette approche a été validée sur des stratifiés à plis tissés équilibrés Carbone/Epoxy [6]. Les expériences conduisant à penser que cette méthode peut être appliquée à tout type de stratifié, nous avons poursuivi l'étude sur des stratifiés à plis tissés déséquilibrés Verre/Epoxy.

### 2.1 Un volume caractéristique à l'échelle du pli

Dans le but d'étudier tout type de stratifiés, nous proposons une approche non locale définie à l'échelle du pli. Elle se base sur un volume caractéristique  $V=hS$ .  $h$  correspond à l'épaisseur du pli et la surface  $S$  dépend de la méso-structure du matériau. La section est circulaire et donc définie par un seul paramètre, son diamètre. La pertinence de ce choix a déjà été montrée dans le cas de stratifiés à plis tissés équilibrés et s'avère également justifiée dans le cas de plis tissés déséquilibrés.

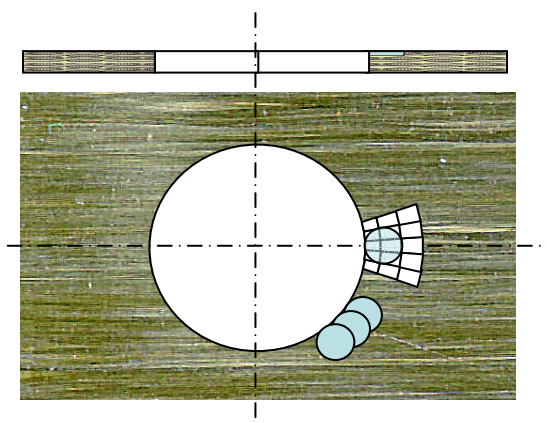


Figure 1 – Illustration du Volume Caractéristique de Rupture (VCR)

L'approche non locale définit des quantités moyennes (contraintes, déformations, endommagement,...) sur le VCR pour décrire la rupture. Ainsi, un critère simple de type contrainte max :

$\sigma_{ij} < \sigma_{ij \text{ max}}$  sera remplacé par un critère évaluant le maximum de la contrainte moyenne calculée sur le

$$\text{VCR : } \bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} \cdot dV \text{ et } \bar{\sigma}_{ij} < \sigma_{ij \text{ max}} .$$

Tout type de critère peut être utilisé, comme un critère de contrainte/déformation/ endommagement max ou un critère plus complexe, comme le critère de Tsai. Le critère de rupture et ses composantes sont déterminés sur un ou plusieurs essais homogènes.

L'identification du diamètre du VCR ne requiert qu'un seul essai sur structure, sur une plaque trouée  $[0]_8$  par exemple. Le processus d'identification nécessite toutefois un calcul de structure afin de comparer les données expérimentales et numériques. Par la suite, le critère de rupture défini sur le VCR peut être appliqué sur toute structure et pour tout stratifié pour le matériau étudié.

## 2.2 Implémentation dans le code de calcul Abaqus

L'approche non locale basée sur le VCR a été implémentée dans Abaqus via une routine URDFIL. Cette routine donne accès aux contraintes, déformations et variables internes en tout point d'intégration à la fin de chaque pas du calcul incrémental. Le critère de rupture est estimé en chaque point de Gauss de la structure à partir des données des points voisins inclus dans le VCR. Le calcul s'arrête dès que le critère est atteint pour un VCR si on adopte un critère de rupture du premier pli.

Une restriction concerne le maillage. Les éléments doivent être plus petits que la zone sur laquelle est évalué le critère de rupture. Cependant, nous avons pu observer que, même en présence de fort gradient de contrainte, il faut environ 10 points de Gauss dans le VCR pour obtenir une estimation correcte [6]. La solution est alors stabilisée et un raffinement plus important du maillage n'est pas nécessaire.

Pour compléter cette approche non locale, nous proposons un modèle de comportement qui traduit le caractère non linéaire du comportement mécanique du stratifié. Ce modèle, également intégré dans le code Abaqus, est présenté au paragraphe suivant.

## 3. Modèle du comportement du stratifié

Un modèle basé sur la mécanique de l'endommagement a été développé dans le cas de structures soumises à des chargements statiques [7]. Il repose sur la description du comportement mécanique d'un pli unidirectionnel (UD) et l'hypothèse qu'un pli tissé peut être considéré comme l'empilement de deux plis UD. Ainsi, nous pouvons décrire le comportement de tout type de stratifié.

### 3.1 Hypothèse

Le modèle décrit le comportement du matériau à l'échelle du pli. Ce méso-modèle utilise les expressions thermodynamiques dans lesquelles les variables internes sont associées à une baisse de la rigidité. L'endommagement est supposé constant dans l'épaisseur du pli.

Dans le but d'obtenir un modèle général, le pli modélisé est un pli UD. Dans le cas d'un pli tissé, on suppose que le pli a le même comportement qu'un empilement de deux plis UD's identiques, l'un orienté à  $0^\circ$ , l'autre à  $90^\circ$ .

### 3.2 Comportement endommageable du pli

Dans la direction des fibres, le pli UD montre un comportement linéaire élastique lorsqu'il est soumis à un chargement de traction. Dans la direction transverse, le comportement est non linéaire. Un endommagement apparaît sous la forme de fissures de petites tailles se développant parallèlement aux fibres et conduisant à une perte de rigidité. Sous une sollicitation de cisaillement, une baisse du module de cisaillement ainsi que des déformations anélastiques sont observées. La cinématique d'endommagement est prise en compte dans ce modèle par trois variables internes décrivant la rupture fragile des fibres  $d_1$  et la baisse des rigidités transverse  $d_2$  et de cisaillement  $d_{12}$ .

Sous un chargement statique de traction,  $d_1$  se développe soudainement afin de modéliser le caractère fragile du comportement du matériau dans la direction des fibres.

$$\text{Ainsi : } d_1 = 0 \text{ si } (d_2 < 1, d_{12} < 1 \text{ et } Y_{d1} < Y_{1f}) \text{ ou } d_1 = d_2 = d_{12} = 1 \quad (1)$$

$Y_{1f}$  est le paramètre définissant la force ultime dans la direction des fibres et

$$Y_{d1} = \frac{\partial E_D^{ps}}{\partial d_1} \frac{\langle \sigma_1 \rangle_+^2}{2E_1^0 (1-d_1)^2} \quad (2)$$

Les endommagements  $d_2$  et  $d_{12}$  ont une évolution progressive qui dépend du chargement en traction aussi bien que du chargement en cisaillement. Ils sont définis ainsi :

$$d_2 = \left\langle 1 - e^{-(aY_{d2}^m + bY_{d12}^n - Y_0)} \right\rangle_+ \quad (3)$$

$$\text{et} \quad d_{12} = c.d_2 \quad (4)$$

Avec :  $Y_0$  : valeur seuil du développement de  $d_2$

$a, b, c, m, n$  : paramètres matériaux

$$Y_{d_2} = \frac{\partial E_D^{ps}}{\partial d_2} = \frac{\langle \sigma_2 \rangle_+^2}{2E_2^0(1-d_2)^2} \quad \text{et} \quad Y_{d_{12}} = \frac{\partial E_D^{ps}}{\partial d_{12}} = \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}^0(1-d_{12})^2} \quad (5) \text{ et } (6)$$

Dans le cas des plis tissés déséquilibrés Verre/Epoxy, trois essais de tractions statiques sont nécessaires pour identifier l'ensemble des paramètres du modèle d'endommagement :  $Y_{1f}$  est défini par un essai sur une éprouvette à  $[0]_8$ ,  $a, m$  et  $Y_0$ , sur un essai à  $[90]_8$ ,  $b, c$  et  $n$  sur un essai à  $[22]_8$ .

### 3.3 Déformation anélastique en cisaillement

Lorsqu'on applique un chargement de traction à un stratifié  $[45]_8$ , on observe des déformations anélastiques. Ces déformations résultent du frottement entre fibre et matrice qui se produit lorsque la matrice est endommagée. Pour décrire ce phénomène, nous avons choisi un modèle de plasticité cinématique. Le couplage entre endommagement et plasticité est pris en compte avec les termes de contraintes et de déformations effectives [7,8] :

$$\tilde{\sigma}_{12} = \frac{\sigma_{12}}{(1-d_{12})} \quad \text{et} \quad \tilde{\varepsilon}_{12}^p = \varepsilon_{12}^p(1-d_{12}) \quad (7)$$

En supposant que les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  n'ont pas d'influence sur la plasticité, on a :

$$f = |\tilde{\sigma}_{12} - X(\tilde{\varepsilon}_{12}^p)| - R_0 \quad (8)$$

où  $R_0$  est le seuil de plasticité et  $X$  le coefficient d'écrouissage.

### 3.4 Critère non local

Au lieu d'utiliser le critère local de rupture basé sur la force associée à la direction des fibres (2), nous choisissons d'utiliser sa valeur moyenne sur le VCR. Nous remplaçons donc le critère (1), qui décrit la rupture fragile dans la direction des fibres, par le suivant :

$$\bar{Y}_{d_i} = \frac{1}{V} \int_V Y_{d_i} dV \quad \text{et} \quad \bar{Y}_{d_i} < Y_{i_f} \quad (9)$$

Si l'évolution de l'endommagement est soudain et qu'il n'y a pas de plasticité, comme c'est le cas dans la direction des fibres où le comportement est linéaire fragile, le critère (9) équivaut à comparer la contrainte moyenne sur le VCR à une contrainte max.

Finalement, deux types de rupture peuvent apparaître :

- une rupture fragile définie par le critère (9)
- une rupture de la structure par instabilité due à la localisation de l'endommagement. Cette instabilité correspond à l'effort maximal sur la courbe force / déplacement.

## 4. Applications

Des essais de traction ont été réalisés sur des éprouvettes pour divers stratifiés à plis tissés déséquilibrés Verre/Epoxy. Les dimensions des éprouvettes sont : 300 x 45 x 2,5 mm. Trois géométries ont été étudiées :

- avec un trou ouvert,  $\varnothing = 13$  mm
- avec des encoches circulaires,  $\varnothing = 6$  mm
- avec des traits de scie (semblable à des fissures), 3 x 1 mm.

Nous avons observé expérimentalement que la rupture des structures était de type fragile. Numériquement, les calculs ont été stoppés lorsque le critère (9) appliqué sur le VCR à été atteint.

Dans notre modèle, un pli tissé est considéré comme un empilement de deux plis UD, l'un à  $0^\circ$ , le second à  $90^\circ$ . L'approche non locale s'appliquant à l'échelle du pli, le critère est évalué sur chaque pli UD. Ainsi, il est nécessaire d'identifier deux diamètres pour définir le VCR du pli à  $0^\circ$  et du pli à  $90^\circ$ . Nous avons choisi d'utiliser les deux essais suivant pour caractériser chacun des VCR : un essai sur plaque trouée  $[0]_8$  et un essai sur plaque trouée  $[90]_8$ .

### 4.1 L'approche non locale sur une plaque trouée

La figure 2 ci-dessous montre une comparaison entre les données expérimentales (—) et numériques (—♦—) pour un ensemble d'essais sur plaques trouées pour différents stratifiés. Les résultats indiquent que la méthode basée sur une modélisation du comportement non linéaire du matériau associée à un critère de rupture appliqué sur le VCR, prédit précisément la force à rupture.

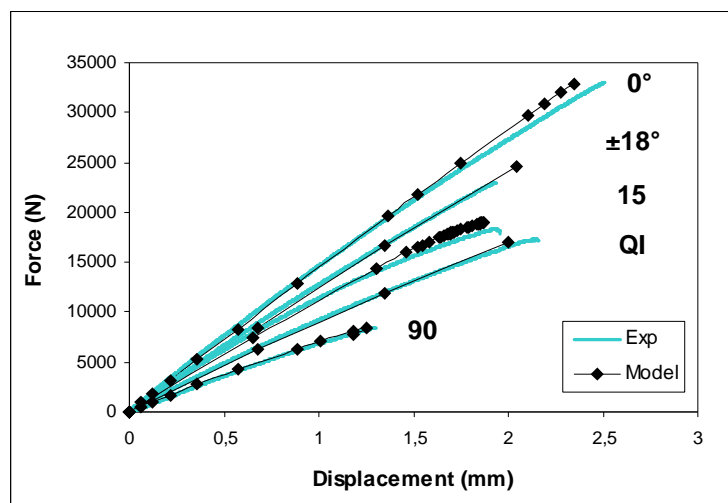


Figure 2 - Comparaison entre essais (—) et simulations numériques (—♦—) pour diverses plaques trouées soumise à un chargement de traction

### 4.2 Plaques avec encoches ou traits de scie

L'approche non locale a été étendue au cas de structures présentant de forts gradients de contraintes comme une plaque fissurée (traits de scie) ou avec encoches. La force à rupture a été mesurée expérimentalement pour différents stratifiés ( $[0]_8$ ,  $[90]_8$ ,  $(QI)_8$ ,  $[\pm 18]_{4s}$  et  $[15]_8$ ) et les trois distributions de contraintes (éprouvette trouée, fissurée ou à encoches).

Les résultats obtenus (cf. Figure 3) avec l'approche combinée modèle + non local (CDM Model/FCV) sont proches des données expérimentales (Exp) même pour les éprouvettes présentant de forts gradients de contraintes.

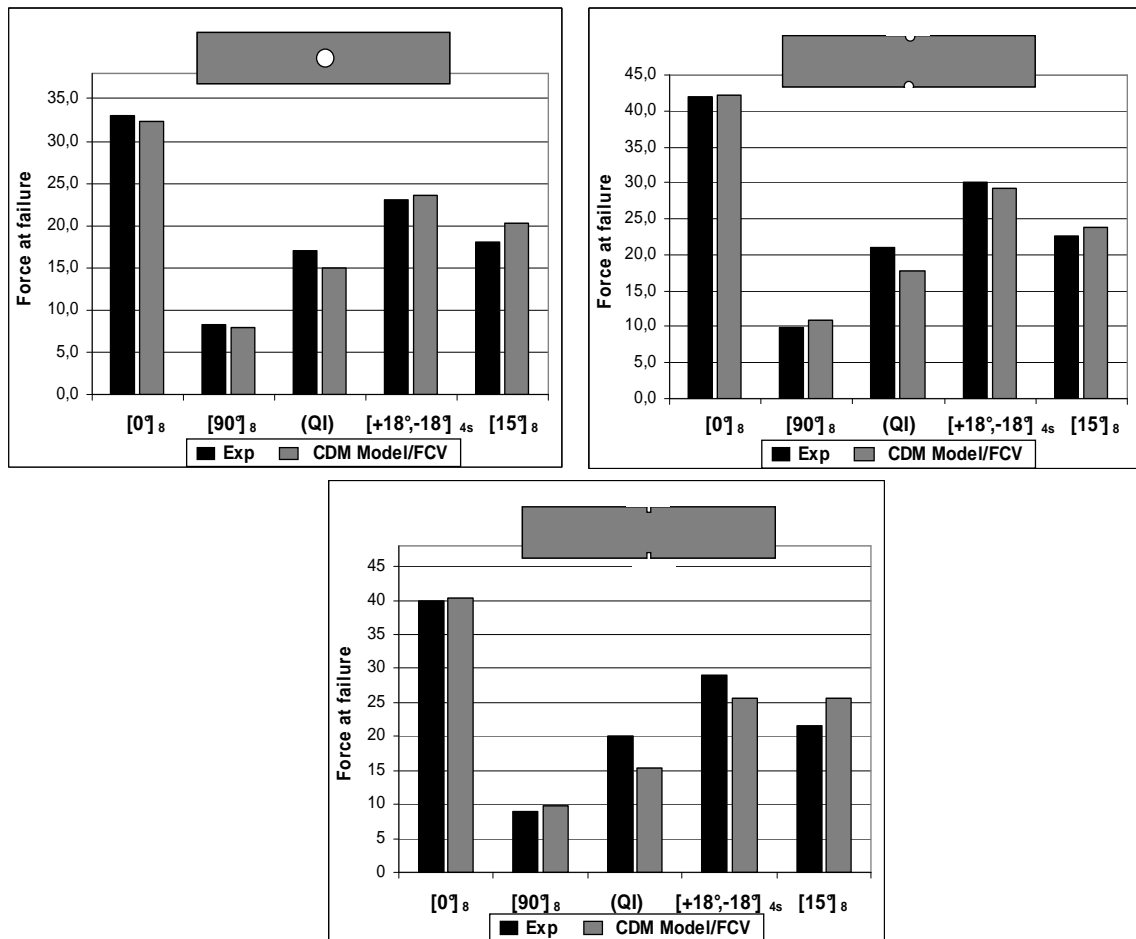


Figure 3 - Comparaison entre essais et simulations numériques pour divers stratifiés :  $[0]_s$ ,  $[90]_s$ , (QI),  $[+18^\circ, -18^\circ]_{4s}$ ,  $[15]_s$

## Conclusion

Dans le modèle présenté ici, l'endommagement diffus et les déformations anélastiques sont associés à une approche non locale basée sur un *Volume Caractéristique de Rupture*. En général, ce modèle de rupture du premier pli fonctionne bien pour décrire la rupture de structures stratifiées constituées de plis tissés.

Cette approche a été implémentée dans le code de calcul Abaqus. Le modèle peut ainsi prévoir avec précision la rupture de différents types de stratifiés en présence de concentrations de contraintes.

L'approche non locale basée sur le VCR a été testée avec succès sur deux matériaux différents : un tissu équilibré Carbone/Epoxy [6] et un tissu déséquilibré Verre/Epoxy.

Cette étude concerne seulement les structures soumises à des chargements statiques de traction. Nous travaillons toujours sur le comportement en compression. Une extension de cette approche est en cours de développement aux cas de chargement en fatigue.

## Références

- [1] Wang A.S.D., Strength, failure, and fatigue analysis of laminates, Engineered Materials Handbook, ASM, 1987;1:236-251.
- [2] Hochard C., Aubourg P-A. and Charles J-P., Modelling of the mechanical behaviour of woven-fabric CFRP laminates up to rupture, Composites Science and Technology, 2000;61:221-230.
- [3] Bordreuil C., Hochard C., Finite element computation of woven ply laminated composite structures up to rupture, Applied Composite Material 2004;11(3):127-143.
- [4] Withney J., Nuismer R., Strain gradient in composite laminate structure, Journal of composite materials 1976;35:733-735.
- [5] Hochard C., Lahellec N., Bordreuil C., "A ply scale non-local fibre rupture criterion for CFRP woven ply laminated structures", Composite Structures, 2007;80:321-326.
- [6] Hochard C., Miot S., Lahellec N., and al., "Behaviour up to rupture of woven ply laminate structures under static loading conditions", Composite: Part A, In Press, doi:10.1016/j.compositesa.2008.02.018.
- [7] Hochard C., Thollon Y., A generalized damage model for woven ply laminates under static and fatigue loading conditions, International Journal of Fatigue, In Press, doi:10.1016/j.ijfatigue.2009.02.016.
- [8] Ladevèze P., A damage computational method for composite structures, Computers & Structures, 1992;44:79-87.